

# Modelli matematici per le scelte di investimento

## Esercizi MATLAB

### CONSEGNA GENERALE

Siano dati i seguenti parametri, salvo diversa indicazione.

Tabella 1: *Parametri*

Parametro	Valore	Descrizione
$T$	5 Y	scadenza o orizzonte temporale
$\eta$	0.5	avversione al rischio
$r$	5%	tasso risk-free
$S_0$	10	prezzo titolo rischioso al tempo 0
$\mu$	0.1	coefficiente di $S$
$\sigma$	0.5	coefficiente di $S$
$K$	11	prezzo strike

Inoltre, sia  $\{S_t\}_{t>0}$  un titolo rischioso che segue una dinamica alla Black-Scholes con parametri  $\mu, \sigma$ .

Dopo aver svolto l'esercizio assegnato, inviare **almeno 2 giorni prima della data di esame** all'indirizzo e-mail comunicato a lezione il seguente materiale (indicando nome, cognome e matricola):

1. report con risultati (grafici, commenti, varie) di lunghezza massima 1 pagina (eventuale materiale supplementare non sarà preso in esame); si raccomanda l'utilizzo del formato PDF;
2. scripts (files .m).

Nota: nel report non occorre ripetere il testo dell'esercizio. Il voto della tesina verrà comunicato durante l'esame orale.

### ESERCIZI

#### ES. 1

Valutare il prezzo al tempo 0 di una opzione call asiatica con payoff  $\max\{0, \bar{S} - K\}$ , dove  $\bar{S}$  indica la media del titolo calcolata nel periodo  $[0, T]$  sulla base di osservazioni continue. Studiare la convergenza al variare del numero di simulazioni.

**ES. 2**

Valutare il prezzo al tempo 0 di una opzione call down-and-out con barriera  $H = 8$ . Si ricorda che il payoff è quello di una call ordinaria  $\max\{0, S_T - K\}$  se il prezzo del titolo non scende sotto la barriera  $H$  durante tutto il periodo  $[0, T]$ , altrimenti il payoff è 0. Studiare la convergenza al variare della discretizzazione dell'intervallo  $[0, T]$ .

**ES. 3**

Simulare la dinamica in  $[0, T]$  della ricchezza di un investitore con funzione di utilità potenza (avversione al rischio  $\eta$ ) e ricchezza iniziale  $X_0 = 10$ . A questo scopo, supporre che l'investitore applichi la strategia di investimento ottima di Merton, con una porzione  $\alpha \in \mathbb{R}$  allocata nel titolo rischioso  $S$  e la restante parte  $1 - \alpha$  investita al tasso privo di rischio  $r$ . Infine, calcolare la funzione valore al tempo 0.

**ES. 4**

Valutare il prezzo al tempo 0 di una floating lookback call. Si ricorda che il payoff è  $\max\{0, S_T - S_{\min}\}$ , dove  $S_{\min}$  è il prezzo minimo raggiunto durante il periodo  $[0, T]$ . Studiare la sensibilità di questo prezzo al variare della volatilità  $\sigma$ .

**ES. 5**

Calcolare il prezzo al tempo 0 di un DZCB con recovery of Face Value, sapendo che  $\delta = 0.5$  e

$$\gamma_t^Q = e^{\sqrt{t}} \quad \forall t > 0.$$

**ES. 6**

Sia dato un CDS con scadenza  $T$  e premi semestrali di importo  $x > 0$ . In caso di fallimento, il pagamento è  $\delta > 0$ . Inoltre, sia

$$\gamma_t^Q = te^t + 0.1 \quad \forall t \geq 0.$$

Creare una funzione MATLAB che restituisca come output il prezzo del CDS al tempo  $t$  e che accetti come input  $x, \delta, t, I$ , dove  $t > 0$  è il tempo trascorso dall'emissione (istante di valutazione) e  $I = 1$  in caso di fallimento,  $I = 0$  in caso contrario.